

## 論文

# 銀行行動の理論

## 貸出市場における信用割当

市川千秋

### I. はじめに

貸出市場に信用割当が存在することは、つとに知られるところである。すなわち、支配的な貸出利子率のもとで銀行等金融機関の貸出に対する需要が供給を上回るような事態が、時折に、また長期にわたって存在している。伝統的な経済理論によれば、価格（この場合は利子率）の変動に合わせて需給が調整され均衡が生まれる。そこでは超過需要は解消され、割当の生じる余地はない。しかし現実には存在する。いったいなぜ銀行等の金融機関は、獲得できたであろうより大きな利子所得を放棄して信用割当を行なうのであろうか。

信用割当の存在については、二つの観点からの説明が可能である。一つは、その状態を不均衡としてとらえる方法である。外生的ショックのために一時的に生じるものとして、あるいは金利の上限等の政府の規制で生じる長期的不均衡として説明される。もう一つは、均衡状態においても信用割当が生じるとする見方である。それは制度的要因によってではなく、銀行等金融機関の経済合理的な行動の結果として把握される。

後者の立場から信用割当の存在を論理的に解明しようとする研究には、これまで多くの先駆的業績が残されている。アベイラビリティ理論に依拠した

Roosa [11] や Scott [13], 顧客関係の強弱による影響を重視した Kane & Malkiel [10], 銀行の期待利潤極大化行動と貸倒れ危険とを関連づけた Hodgeman [4] や Jaffee & Modigliani [8] 等の研究がそれである。<sup>(1)</sup> さらに最近では, Jaffee & Russell [9] や Stiglitz & Weiss [14], 池尾 [6] にみられるように, 期待利潤極大化行動に情報の不完全性をとり入れて信用割当の存在を論証するという方法がとられている。

本論では, 期待利潤の極大化を銀行行動としてとらえ, そこに均衡的な信用割当の存在する可能性の検討を試みるものである。Jaffee & Modigliani [8], Stiglitz & Weiss [14] の二つの型のモデルが紹介されることになる。

## II. 不完全差別独占行動と信用割当

一般に銀行等の金融機関（以後は単に銀行あるいは貸手と呼ぶ）は, 企業や個人といった借手に対してそれぞれ個々に異なった利率を課すことはない。貸倒れ等のリスクの程度に応じて顧客を大別し, 同じグループの借手には同じ利率を適用するのが習慣である。ここに信用割当が生じる可能性がある。この観点から斉合的な説明を試みたのが Jaffee & Modigliani である。ここでは彼らのモデルに沿って論旨を展開していこう。

### [1] 貸出資金の供給関数

いま, ある投資計画からの粗利潤を  $R$  とし, それを実現不確かな確率変数とする。 $i$  番目の顧客の投資計画について,  $R$  の実現可能性を銀行は確率密度関数  $f_i(R)$  で予測するものとしよう。借手は投資計画を遂行するために, 担保  $C_i$ , 貸出利率  $r_i$  の条件で銀行から  $L_i$  の融資を受ける。一方, 銀行の選択的な投資対象として危険ゼロの証券が存在する。その利率を  $j$  としておく。企業投資が成功した場合, 銀行は貸出の元利合計額  $L_i(1+r_i)$  を回収できる。ところが失敗すると, 銀行は担保と実現収益の合計額  $C_i + R$  だけしか回収できなくなる。ここで銀行は投資の実現収益の上限を  $K_i$ , 下限  $k_i$  と予測するとしておこう。すなわち,  $R > K_i$  および  $R < k_i$  に対して  $f_i$

(R)=0である。

さて  $i$  番目の顧客からの銀行の期待利潤を  $\rho_i$  とすると、

$$\rho_i = Li(1+ri) \int_{Li(1+ri)-Ci}^{ki} fi(R) dR + \int_{Li(1+ri)-Ci}^{Li(1+ri)-Ci} (R+Ci) fi(R) dR - Li(1+j) \quad (\text{II-1式})$$

となる。第1項は投資が成功して収益が  $Li(1+ri) - Ci \leq R \leq K$  となるとき、借手は支払約束額  $Li(1+ri)$  を支払うであろうとする銀行の期待値である。第2項は約束額が支払えないとき、銀行の回収額の期待値である。第3項は借手  $i$  に貸出すときの機会費用を表わしている。

銀行はこの期待利潤  $\rho_i$  を最大にしようとして行動する。II-1式を整理して<sup>(2)</sup>

$$\rho_i = (ri-j)Li - \int_{ki}^{Li(1+ri)-Ci} Fi(R) dR, \quad \text{ただし } Fi(R) = \int_{ki}^R fi(R) dR \quad \dots \text{累積分布関数} \quad (\text{II-2式})$$

を得る。つまり銀行の期待利潤は、貸出の危険プレミアム  $(ri-j)Li$  を貸倒れの危険で割引いたものに等しい。 $\rho_i$  を最大化するための1階の条件は、

$$\partial \rho_i / \partial Li = (ri-j) - (1+ri) \cdot Fi(Li(1+ri) - Ci) = 0 \quad (\text{II-3式})$$

であり、また、

$$\partial^2 \rho_i / \partial Li^2 = -(1+ri)^2 \cdot Fi(Li(1+ri) - Ci) < 0 \quad (\text{II-4式})$$

となるから2階の条件も満たしている。かくてII-3式を貸出額  $Li$  について解いた  $\widehat{Li} = \widehat{Li}(ri, Ci)$  が貸出資金の最適な供給関数となる。ここで  $\widehat{Li}$  は非負と考えられるが、その他にも  $\widehat{Li}$  関数は次のような特性を示す。

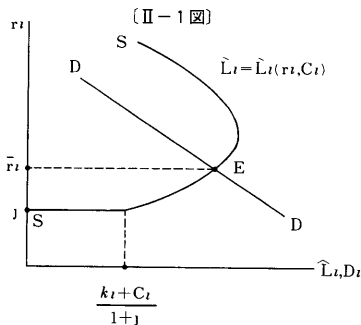
- ①  $ri < j$  のとき  $\widehat{Li} = 0$ 、…貸出利子率が安全資産の利子率を下回るとき、いかなる貸付もなされないのは当然である<sup>(3)</sup>
- ②  $ri = j$  のとき  $0 \leq \widehat{Li} \leq ki + Ci / 1 + j$ 、…注(2)から分かるように  $ri = j$  の場合は、 $Fi(Li(1+ri) - C) = 0$  となり累積分布関数の定義から  $0 \leq Li(1+ri) - Ci \leq ki$  である。つまり  $ri = j$  のとき、貸出の機会費用が投資の最低収益と担保の合計額を上回らない限り貸出は続けられる。
- ③ 全ての  $ri$  に対して  $\widehat{Li}(1+ri) \leq Ki$ 、…借り手の銀行に対する支払額は、

その最大投資収益をこえることはない。

- ④  $\lim \hat{L}_i = 0$ , …③より  $\hat{L}_i \leq K_i / (1 + r_i)$  であるから、貸出利率の無限の上昇は最適貸出額を 0 に近づけることになる。実際、 $r_i$  の上昇は貸倒れの確率を高めるので、銀行は貸出額を次第に減らしていくであろう。ただしその場合でも後述するように期待利潤  $\rho_i$  は  $r_i$  の上昇と共に増加していく。

- ⑤  $C_i$  の上昇は  $\hat{L}_i$  曲線を右方にシフトさせる、…担保の増加は貸倒れの確率を低下させるので、所与の利率  $r_i$  のもとで対応する最適貸出額を増やすことになる。

かくして以上の関係から、銀行の借手  $i$  に対する貸出供給曲線 (SS 線) を II-1 図のように描くことができる。backward bending がその特徴である。



## [2] 貸出資金の需要関数

いま、銀行の貸出資金に対する  $i$  番目の顧客の需要関数を  $D_i = D_i(r_i, C_i)$  としよう。そして次のような特性を持つとしておく。

- $\partial D_i / \partial r_i > 0$ ,  $\partial D_i / \partial C_i < 0$ , …利率や担保が上昇すると借手は他の資金市場に逃げることになる。担保を所与とすれば、 $D_i$  関数は利率の減少関数となる。
- 十分高い利率のとき需要はゼロとなる。担保についても同様。
- 利率がゼロのとき需要は有限値をとる。担保についても同様。

そこで貸出需要曲線として II-1 図の  $D$  線を描くことができる。

### 〔3〕最適利率の選択

貸出資金の需給が均衡するのはⅡ-1図から明らかなようにDD線とSS線の交点Eであり、そのときの均衡貸出利率は $\bar{r}_i$ となる。現実の貸出利率がこの $\bar{r}_i$ を上回る場合には信用割当は生じない。供給が需要をこえているからである。ところが $\bar{r}_i$ よりも低いときには超過需要が生じ、信用割当をすることが銀行にとって合理的な行動となる場合がでてくる。このとき銀行は貸出利率を引き上げる誘因を持たない。ワルラスの均衡のE点とは別の均衡状態が存在するのである。

実際の貸出利率がどの水準となるかは市場の競争状態に依存している。二つの regime に分けて考えてみよう。

(差別独占者として行動する場合)

まず、銀行は個々の借手についてその期待利潤の最大化を図り、そのためにそれぞれに個別の貸出利率を設定する状況を考える。ここで銀行が借手 $i$ に対して設定する差別独占利率を $r_i^*$ としよう。このとき $r_i^*$ は銀行にとって最適利率であり、ワルラス的均衡利率 $\bar{r}_i$ を常に上回ることになる。

それは以下のような理由による。Ⅱ-2式から $\hat{L}_i$ 曲線上においては、

$$\partial \rho_i / \partial r_i = L_i \{ 1 - F_i(\hat{L}_i(1 + r_i) - C_i) \} \quad (\text{Ⅱ-5式})$$

の関係が成立する。<sup>(4)</sup>  $k_i < L_i(1 + r_i) - C_i < K_i$  においては  $d\rho_i / dr_i > 0$  となる。つまり  $\hat{L}_i$  曲線上においては貸出利率の上昇は常に銀行の期待利潤を増加させる。そしてⅡ-4式から、所与の利率に対応する最適貸出額  $\hat{L}_i$  よりも実際の貸出額が多い場合でも少ない場合でも銀行の期待利潤は減少してしまうことが分かる。SS曲線上の貸出を行なうのが銀行にとって常に最適だというわけである。

仮に  $r_i^* < \bar{r}_i$  とすると超過需要が存在し、上に述べたような理由から銀行はSS曲線に沿って利率を引き上げた方が期待利潤を高めることができる。かくて銀行が借手に対して差別独占的な行動をとるとすれば、その設定する利率は常に  $r_i^* \geq \bar{r}_i$  の範囲にある。したがって、ここでは信用割当は生じない。

ただ、この時の実際の貸出量はⅡ-1図からも分かるように、SS曲線上ではなくDD曲線上にある。その場合、銀行の期待利潤はⅡ-2式の  $L_i$  の代わり  $D_i$  を代入して、

$$\rho_i = (\bar{r}_i - j) D_i - \int_{k_i}^{L_i(1+r_i) - C_i} F_i(R) dR, \quad D_i = D_i(r_i, C_i) \quad (\text{Ⅱ-6式})$$

を得る。差別独占利子率  $r_i^*$  の時に、この期待利潤は最大になると考えられるから、1階の条件として、

$$\left. \frac{\partial \rho_i}{\partial r_i} \right|_{r_i = r_i^*} = [1 - F_i(D_i(1 + r_i^*) - C_i)] \cdot \{D_i + (1 + r_i^*) D_i'\} - (1 + j) D_i' = 0 \quad (\text{Ⅱ-7式})$$

が成立するはずである。ただし、 $D_i' = \partial D_i / \partial r_i$ 、 $r_i^* \geq \bar{r}_i$  である。さらに2階の条件、 $\partial^2 \rho_i / \partial r_i^2 < 0$  が前提となる。つまり  $r_i^*$  の近傍ではⅡ-6式で表わされる銀行の期待利潤は、 $r_i$  に関して凹関数となることが必要である。

(全ての顧客に共通の利子率を課す場合)

次に、銀行はその危険に応じた利子率を個々の借手に設定できない場合を考える。不完全な差別独占者として行動するのである。銀行は危険の程度に応じて借手をいくつかのグループに分類する。そしてそれぞれのグループに対して、その期待利潤が最大となるような共通利子率を課すものとしよう。この場合には、信用割当をする方が銀行にとって有利な場合がでてくる。

いま、ある危険グループに属する顧客の数を2人とする。(このモデルは  $n$  人の場合に対しても容易に拡張できる。) そして彼らに共通の利子率  $r$  を課すものとする。借手1と借手2の期待利潤をそれぞれ  $\rho_1(r)$ 、 $\rho_2(r)$  とすると、この危険グループから得られる銀行の期待利潤  $\rho$  は、

$$\rho = \rho_1(r) + \rho_2(r) \quad (\text{Ⅱ-8式})$$

で表わされる。銀行はこの  $\rho$  を最大にしようとして行動する。そのときの共通利子率を  $r^*$  としておこう。仮に銀行が借手1と2に対して完全差別独占的行動をとれるとすれば、その場合の需給均衡利子率を  $\bar{r}_1$ 、 $\bar{r}_2$ 、利潤極大の最適利子率を  $r_1^*$ 、 $r_2^*$  としよう。もちろん、

$$\bar{r}_1 \leq r_1^*, \quad \bar{r}_2 \leq r_2^* \quad (\text{Ⅱ-9式})$$

の関係にある。借手1と2は同じ危険グループに属するが、2の方が1よりも貸倒れの危険は高いものとする。すなわち、

$$r_1^* \leq r_2^* \quad (\text{II-10式})$$

とすれば最適共通利子率  $r^*$  との間に、

$$r_1^* \leq r^* \leq r_2^* \quad (\text{II-11式})$$

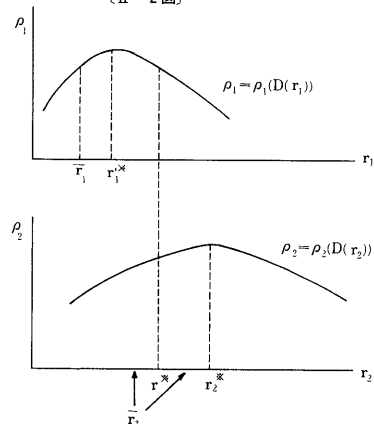
の関係が必ず成立する。銀行の期待利潤  $\rho$  を最大にする最適共通利子率  $r^*$  は、借手1と2の差別独占利子率  $r_1^*$ ,  $r_2^*$  の中間にあるというわけである。以下ではそれを証明しよう。既に述べたように、 $r_1^*$ ,  $r_2^*$  のときに  $\rho_1$  と  $\rho_2$  が極大となるためにはその近傍で凹関数となることが必要である。

$$\partial^2 \rho_1 / \partial r_1^2 < 0, \quad \partial^2 \rho_2 / \partial r_2^2 < 0 \quad (\text{II-12式})$$

ここでは、この関係が全域で成立するものと仮定する。このことからII-2図のように  $\rho_1$  と  $\rho_2$  の曲線を描くことができる。<sup>(5)</sup> ここから分かるように、 $r^* < r_1^*$  であれば  $r^*$  を上昇させることでより高い  $\rho (= \rho_1 + \rho_2)$  が、また  $r^* > r_2^*$  であれば  $r^*$  を低下させることでより高い  $\rho$  が得られる。したがって  $\rho$  を極大にする  $r^*$  は、 $r_1^* \leq r^* \leq r_2^*$  の範囲になければならない。

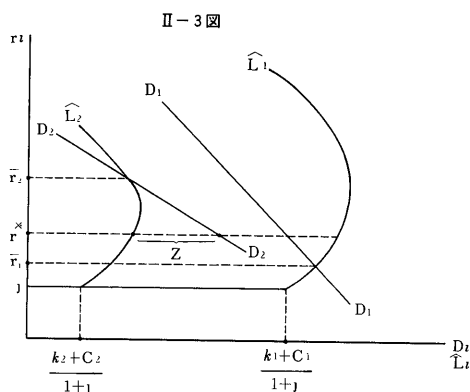
ところで  $r^*$  がこうした関係にあるとき借手1に対しては信用割当は生じない。というのは  $r^*$  が借手1の需給均衡利子率  $\bar{r}_1$  を上回るので ( $r^* > \bar{r}_1$ )、借手1の需要は全て満たされるからである。しかし借手2に対しては、信用割当の可能性がでてくる。 $r^* \geq \bar{r}_2$  であれば問題はない。 $r^* < \bar{r}_2$  といったケースで発生する。<sup>(6)</sup> このときII-3図にみるように、借手2の需要  $D_2$  が供給  $L_2$  を上回り、超過需要  $Z$  が生じるのである。銀行が差別独占的行動をとれないとき、 $\bar{r}$  よりも貸出利子率を上げようとする誘因を銀行は持たない。そのいかなる変化も期待利潤を減少させるからである。こうして借手

(II-2図)



2 に対して信用割当の状態を残したままで、この危険グループに対する貸出市場は均衡する。

しかも需要曲線と供給曲線の形状いかんによっては、このような均衡状態の方が厚生経済的な観点から見て需給一致のワルラス的均衡に優越する場合もある。Ⅱ-3図にそのようなケースが示されている。そこから明らかなように、 $D_2$  曲線と  $\widehat{L}_2$  曲線との交点におけるよりも信用割当がなされている状態の方が、貸出利子率も低く、また貸出額も多い<sup>(7)</sup>。



#### 〔4〕 J-M 型モデルの問題点

以上見てきたように、Jaffee & Modigliani の型のモデルでは、price setter としての銀行が不完全な差別独占的行動をとる場合に信用割当が生じる。そこでは借り手はグループ分けされ、同一のグループ内の借手には全て共通の利子率が適用される。その意味では現実との関連性が極めて高いモデルと見られるかもしれない。

しかし、ここでは銀行は個々の借手の貸倒れ率を完全に知りうるものとされている。それならば、いったいなぜ借手を分類して共通の利子率を課す必要があるのであろうか。情報が完全であるならば、個々の借手についてその期待利潤が最大となるような price setting をすべきである。つまり完全情報の下では、完全差別独占者としての行動以外の行動は銀行にとって合理的なものとはいえない。この状態であえて共通利子率を価格として設定させるの



は、制度的規制によるものと解釈する他はない。つまり、制度的要因によらずに信用割当を銀行の合理的行動として説明するといった意図は、このモデルでは十分に達せられているとはいえないのである。

銀行が借り手を分類し、共通の利子率を課すのは、個々の借手の危険を十分に知ることができないからである。その審査能力には限界があり、また多くの費用もかかる。すなわち借手については不完全な情報しか入手しえない。情報の不完全性は貸出市場の重要な特徴の一つである。

次に、担保を初めとして債務者預金や貸出期間など利子率以外の要因が変化する場合がある。この時、たとえ制度的要因によって信用割当が生じていたとしても、利子率以外の要因の変化で超過需要が解消される可能性がある。比較静学的な検討をしてみよう。たとえばⅡ-3図において、借手2に対する担保条件  $C_2$  が増加したとする。供給関数の特性⑤と需要関数の特性aから、

$$\partial \hat{L}_2 / \partial C_2 > 0, \quad \partial D_2 / \partial C_2 > 0 \quad (\text{Ⅱ-13式})$$

が分かる。つまりⅡ-3図において、 $\hat{L}_2$  曲線は右側に、 $D_2$  曲線は左側にシフトする。このとき信用割当のなくなる可能性が生じるのである。

### Ⅲ. 情報の不完全性と信用割当

金融取引において借手の受けとる商品は現金あるいは一般的な購買力であり、その品質については広く知られていて疑いをはさむ余地はまずない。ところが、それと引きかえに貸手の受けとる商品は借手の将来所得の一部に対する請求権というあいまいなものである。将来、貸手がそれを受けとることができるかどうかは不確実である。貸倒れ等の債務不履行の危険は常につきまとう。そこで貸手はそうした危険の程度や発生の確率を知るために、多くの審査を行なうことになる。しかし、それを完全に行なうことは不可能に近い。もちろん借手自身も自らの危険については確実な情報を持てるものではない。ただしこの場合、貸手よりも借手の方が、その危険性についてより多く知り得る状況にあるとみられる。<sup>(8)</sup> 貸手と借手との間には明らかに情報のギャップが存在する。

すなわち金融取引においては、取引される商品の質についての情報が不完全であり、当事者間で非対称的である点に特徴がある<sup>(9)</sup>。もちろんこれは金融市場だけの特性ではなく、保険市場や労働市場、一般的な先物市場などでも広く観察されている。

このような不完全情報の非対称性を根拠にして、制度的規制がなくても信用割当が存在することを論証しようとした試みがいくつかなされている。Stiglitz & Weiss [9] や Jaffee & Russell [14] の研究がそれである。ここでは Stiglitz & Weiss 型のモデルを検討してみよう。そこでは銀行等金融機関（以後は銀行と呼ぶ）の信用割当は、貸出市場において借手に関する情報が不完全で非対称的であることに対する合理的な対応であり、一つの均衡状態であることが証明される。

### 〔1〕 利子率の逆選択効果

通常、借手の中で貸倒れの危険性の低い借手は低い利子率での貸出を望み、危険性の高い借手は高い貸出利子率での借入れもいとわないとみられている。貸出利子率が上昇するとき、銀行の期待利潤は直接的には増加する。しかし、利子率の上昇と共に低リスクの借手は次第に市場から退出し、ために借手グループの危険は全体的に増大することになる。そのことは期待利潤を低下させ、時に直接的な増加を上回って低下することもありうる。いわゆる逆選択効果の方が強くなる。この状態のときには信用割当が銀行の最適な合理的行動となるのである。以下でそれを証明しよう。ただしここで用いられる諸変数の記号は、先のモデルと同一である。

経済社会には多くの投資機会が存在する。それらは個々に異なった成功（あるいは失敗）の確率を有している。企業は銀行から資金の貸出を受け、そうしたプロジェクトのどれかに投資をする。プロジェクトが成功すれば企業は元利合計を銀行に返済できる。ところが失敗すれば貸倒れとなり、担保は差し押えられてしまう。

いま、ある投資機会を  $\theta$  とし、そこからの粗収益を  $R$  とする。 $R$  は確率密

度関数  $f(R, \theta)$  を持つ確率変数であり、企業の行動からは独立であるとしておく。一般にプロジェクト  $\theta$  の規模が大きいほど  $R$  も大きくなると思われるから、

$$dR/d\theta > 0 \quad (\text{Ⅲ-1式})$$

が成立する。また  $\theta$  が大きいほど貸倒れの危険も大きくなるでしょう。

ここに二つのプロジェクト  $\theta_1$  と  $\theta_2$  があるとする。それぞれの収益の期待値が次の④のように等しいとき、⑤のような条件がつくとすれば、危険は  $\theta_2 > \theta_1$  の関係にあると解釈される<sup>(10)</sup>。

$$\left. \begin{array}{l} \text{④} \quad \int_0^{\infty} R f(R, \theta_1) dR = \int_0^{\infty} R f(R, \theta_2) dR \\ \text{⑤} \quad \int_0^y F(R, \theta_1) dR \leq \int_0^y F(R, \theta_2) dR \quad \text{ただし } y \geq 0 \end{array} \right\} \quad (\text{Ⅲ-2式})$$

企業は貸出利子率  $r$  で銀行から一定額の融資  $B$  を受け、プロジェクト  $\theta$  に投資する。ここで、収益  $R$  に担保  $C$  を加えた額が元利合計（つまり支払約束額）に不足していれば、貸倒れということになる。すなわち、

$$C + R \leq B(1+r) \quad (\text{Ⅲ-3式})$$

の場合を貸倒れと定義しておく。さらに、企業すなわち借手は危険中立的であるでしょう。危険の程度いかに関わらず、企業はその期待利潤が正であれば銀行からの借入を望み、非正であれば望まないというわけである。

借手は純収益  $\pi(R, r)$  の極大を目ざすから、それは、

$$\pi(R, r) = \max \{R - B(1+r); -C\} \quad (\text{Ⅲ-4式})$$

と表わすことができる。ここで、次のような関係が分かる。

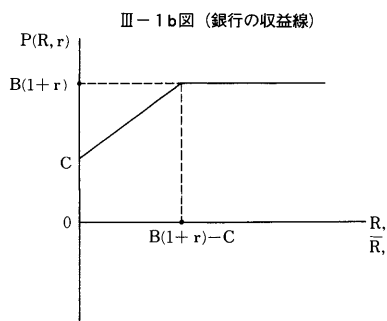
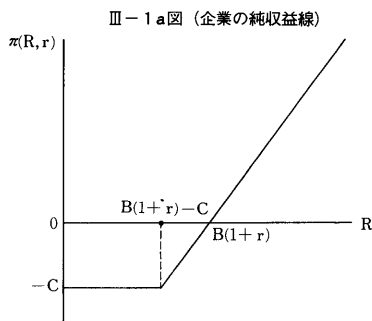
$$R \geq B(1+r) \text{ のとき, } \pi(R, r) \geq 0,$$

$$R < B(1+r) \text{ のとき, } \pi(R, r) < 0,$$

ただし、 $B(1+r) - C \leq R < B(1+r)$  の場合は銀行に元利合計額を返せる。 $0 \leq R \leq B(1+r) - C$  の場合は貸倒れとなる。そのとき担保以上の損失を借手は負わないので、純利益の最低額は  $-C$  となる。

したがって、借手の純利益線はⅢ-1a図のように描くことができる。

以上のことから、借手は所与の利子率の下で最低でも  $R = B(1+r) - C$  と



なるようなプロジェクトでなければ、銀行貸出の申込みはしないことが分かる。そのことは、Ⅲ-1式の関係にあるようにプロジェクト  $\theta$  の規模に下限があることを意味する。いま、企業に銀行からの借入れを決意させるようなプロジェクトの臨界水準を  $\hat{\theta}$  としよう。さらにⅢ-1 a 図から分かるように、 $\theta$  の増大は  $R$  の増加を通じて純収益  $\pi(R, r)$  を増やす。いいかえると危険の増大は企業の期待利潤を高めるのである。期待利潤を  $\Pi(r, \theta)$  として、

$$\partial \Pi / \partial \theta > 0 \quad (\text{Ⅲ-5式})$$

が成り立つ。また、貸出利子率  $r$  の上昇は純収益を減少させるので期待利潤も低下する。すなわち、

$$\partial \Pi / \partial r < 0 \quad (\text{Ⅲ-6式})$$

となる。企業は  $\theta > \hat{\theta}$  でなければ借入れを行なわないということは、プロジェクトの規模が  $\hat{\theta}$  のときの期待利潤はゼロということになる。

$$\Pi(r, \hat{\theta}) = 0 \quad (\text{Ⅲ-7式})$$

全微分して、

$$\partial \Pi / \partial r \cdot dr + \partial \Pi / \partial \hat{\theta} \cdot d\hat{\theta} = 0$$

であり、ここから、

$$\frac{d\hat{\theta}}{dr} = - \frac{\partial \Pi / \partial r}{\partial \Pi / \partial \hat{\theta}} > 0 \quad (\text{Ⅲ-8式})$$

を得る。<sup>(1)</sup>  $d\hat{\theta}/dr$  が非負なのはⅢ-5式、Ⅲ-6式から知ることができる。かくて、次のような定理に到達する。

(定理1) 貸出利子率  $r$  が上昇するとき、企業が銀行からの借入を決意する臨界的なプロジェクトの規模  $\hat{\theta}$  は増大する。

$\hat{\theta}$  の増大は危険の増加を意味する。つまり、 $r$  が上昇すると失敗確率の高いプロジェクトのための資金需要が増えてくる。このことは、銀行にとって危険性の高い借入の申込みが増えることを意味する。

もちろんⅢ-6式から分かるように、借入資金需要  $D(r, \theta)$  の全体は  $r$  の上昇と共に低下する。

$$\partial D / \partial r < 0 \quad (\text{Ⅲ-9式})$$

次に銀行の行動を見よう。銀行は個々の投資機会について、それぞれの危険性は識別できないものとする。つまり収益  $R$  がいかなる確率で実現するかは分からない。ただ、いくつかの投資機会が集まった投資グループ別には、期待収益が、そして危険が識別できるものとしておく。またここでも、投資グループ  $\theta_1$  と  $\theta_2$  について、Ⅲ-2式と同じ規準が成立するものとしよう。銀行は危険中立的であり、規期待利潤の極大化を目的として行動すると考える。

いま、銀行の収益を  $P(R, r)$  とすると、<sup>(12)</sup>

$$P(R, r) = \min \{R + C; B(1 + r)\} \quad (\text{Ⅲ-10式})$$

となる。これから次の関係を得る。

$$R \geq B(1 + r) - C \text{ のとき, } P = B(1 + r)$$

$$0 \leq R \leq B(1 + r) - C \text{ のとき, 貸倒れが生じ } P = R + C$$

そこでⅢ-1b図のような銀行の収益線が描ける。

既述したように、銀行は個々の投資機会についての危険を識別できず、グループに分けると仮定されている。つまり情報は不完全であり、借手の企業よりも少ない。そこで銀行は、企業がどの投資グループ内の投資機会を選ぶかによって、企業をグループ化し、借手としての危険性を判断するとしよう。そのとき、ある投資グループの失敗の危険性が借手の貸倒れの危険性に等しいものとみなされる。そこでⅢ-1b図は個別プロジェクトに関するものではなく、ある投資グループに対する銀行収益線と読みかえることにする。その時、個々のプロジェクトに対する貸出需要額で加重された平均収益  $\bar{R}$  を  $R$  の

代わりとしよう。また、このグループについて銀行は平均貸倒れ率を認識している。

この点に留意して、Ⅲ-1b 図から次のようなことが分かる。グループの平均投資規模  $\bar{\theta}$  が増加すると、平均収益  $\bar{R}$  は上昇する（Ⅲ-1式参照）。しかし銀行の収益  $P(\bar{R}, r)$  は、一定水準の  $\bar{R}$  をこえるともはや増加しない。一方で  $\bar{\theta}$  の増大と共に平均貸倒れ率は上昇し続ける。かくてこのことから定理 2 が得られる。

（定理 2） 貸出についての銀行の期待利潤は、貸出の危険の減少関数である。

ここで定理 1 を思い出そう。貸出利子率  $r$  が上昇するとき投資規模の臨界値  $\hat{\theta}$  も増大する。このことは銀行に借入れの申込みにくる多くの企業の中で、安全性の高いプロジェクトに投資しようとする企業数を減らし、失敗の確率の高いプロジェクトに投資する企業、すなわち貸倒れの確率の高い借手の数を増やすことになる。利子率の上昇は一群の借手の危険を高めるという逆選択効果が存在する。

このことと定理 2 から、 $r$  の上昇は銀行の期待利潤を低下させる方向に作用することが分かる。しかしまたⅢ-1b 図から、 $r$  の上昇は直接的な収益の増大を通じて期待利潤を高める効果も持つ。そこで、ある借手グループへの貸出から得られる銀行の（平均）期待利潤  $\bar{\rho}$  は、個々の借手に課される共通の利子率  $\bar{r}$  に関して単調な関数ではなくなる。 $r$  の水準いかんによっては、逆選択による効果が直接効果を上回り、利子率が上昇すると  $\bar{\rho}$  が減少する場合もでてくる。当然その逆もある。つまり  $\bar{\rho} = \bar{\rho}(r)$  は複数の極値を持つ可能性がある。

いま、 $\bar{\rho}$  関数が  $r$  に関してただ一つの極大値を持つとしよう。その場合、Ⅲ-2図のようにして backward-bending の供給関数が得られる。ただし、貸出資金の供給関数  $L$  は期待利潤の増加関数としておく。つまり銀行は貸出の期待利潤が増えれば資金の供給を増やすと仮定するのである。Ⅲ-9式から、需要関数は利子率の減少関数とされている。



の場合、銀行の期待利潤は減少し、信用割当の要因となる。以下では、それを簡単に検討してみよう。

次のようなモデルを考える。借手は全て危険回避者とし、同じ効用関数  $U(W)$  を持つものとする。すなわち借手の保有する資産  $W$  が変化するとき、

$$U'(W) > 0, \quad U''(W) < 0 \quad (\text{Ⅲ-11式})$$

である。しかし借手が初期に保有する資産  $W_0$  はそれぞれ異なる。借手は安全資産と危険資産の二種類の資産から成るポートフォリオに対して投資の決定を行なうものとしよう。この危険資産は種々のプロジェクトで合成されているもので、その収益  $R$  の実現する確率は  $f(R)$  としておく。そして  $R$  が大きくなるほど  $f(R)$  は低下し、危険は増大する。万一、投資が失敗すれば  $R = 0$  となる。したがって、

$$f'(R) < 0, \quad f''(R) < 0 \quad (\text{Ⅲ-12式})$$

の関係が分かる。安全資産は確定収益率  $q$  を持つものとする。そこで危険資産についても  $R$  を収益率と読みかえることにしよう。

銀行は、個々の借手の資産も、また投資内容も識別できないものとする。そして全ての借手に担保率  $C$ 、貸出利子率  $r$  という条件を提示するものとしておく。

ここで鍵となるのは、資産  $W$  を保有するとき、効用の変化に対する限界効用の変化の割合、すなわち絶対危険回避度である。それを  $A$  とすれば、

$$A = -d U'(W) / d U(W) = |U''(W) / U'(W)| \quad (\text{Ⅲ-13式})$$

と表わされる。<sup>(13)</sup>  $A$  が資産  $W$  に関して減少関数の場合 ( $A' < 0$ )、信用割当の可能性が生じてくる。以下の展開でそれが証明されよう。

借手は初期資産  $W_0$  の下で銀行から借入を行ない、二資産への投資を実行する。危険資産投資が成功する時の期末資産を  $W_1$ 、失敗の時の  $W_2$  とすると、

$$W = W_0 q - (1 + r) + R \quad (\text{Ⅲ-14式})$$

$$W = (W_0 - C) q \quad (\text{Ⅲ-15式})$$

と表わすことができる。もちろん  $W_0, W_1, W_2$  は単位当りの貨幣で示される。



借手は期待効用  $E\{U(W)\}$  の最大化を目的とする。すなわち、

$$\max_R E\{U(W)\} = \max_R \{U(W_1)f(R) + U(W_2)(1-f(R))\} \quad (\text{III-16式})$$

最大化のための1階の条件は、 $R$ で微分して

$$E'(U) = U_1'f(R) + (U_1 - U_2)f'(R) = 0 \quad \because \partial U_2 / \partial R = 0 \quad (\text{III-17式})$$

となる。ただし  $U_1 = U(W_1)$ ,  $U_2 = U(W_2)$  を意味する。2階の条件は、

$$E''(U) = U_1''f(R) + 2U_1'f'(R) + (U_1 - U_2)f''(R) \quad (\text{III-18式})$$

である。 $E''(U) < 0$  となるから、最大化のための条件は満たされている。<sup>(14)</sup>

ここで初期資産  $W_0$  が増加したとしよう。期待効用が最大のままであるとき、 $W_0$ と収益 $R$ との関係は、

$$\frac{dR}{dW} = - \frac{\partial E' / \partial W_0}{\partial E'' / \partial R} = - \frac{q \{U_1''f(R) + (U_1 - U_2)f'(R)\}}{U_1''f(R) + 2U_1'f'(R) + (U_1 - U_2)f''(R)} \quad (\text{III-19式})$$

ここで分母はIII-18式より負、つまりIII-19式の正負は分子の  $\{U_1'f(R) + (U_1 - U_2)f'(R)\}$  の正負に依存することになる。 $A_1 = -(U_1' / U_2')$  としてこれを変形すると、<sup>(15)</sup>

$$\left\{ -A_1 - \frac{U_1' - U_2'}{U_1 - U_2} \right\} U_1'f'(R) \quad (\text{III-20式})$$

のように表わすことができる。 $U_1'f(R) > 0$  だから  $\{-A_1 - (U_1' - U_2' / U_1 - U_2)\} = G(W_1, W_2)$  の正負が分かればいい。 $W_1$ で微分すると、

$$\partial G / \partial W_1 = -A_1' \quad \because \partial U_2 / \partial W_1 = 0, \quad \partial^2 U_2 / \partial R \partial W_1 = 0 \quad (\text{III-21式})$$

が分かる。絶対危険回避度  $A$  が減少関数であれば  $A_1' < 0$  となるから、 $\partial G / \partial W_1 > 0$  である。また、

$$\lim_{W_1 \rightarrow W_2} \frac{U' - U'}{U_1 - U_2} = - \frac{dU'}{dU} = -A_1 \quad (\text{III-22式})$$

だから、仮に  $W_1 = W_2$  であれば  $G(W_1, W_2) = 0$  となる。かくて  $W_1 > W_2$  においては  $G(W_1, W_2) > 0$  であるから、 $dR / dW_0 > 0$  が分かる。ここから次の定理を得る。

(定理3) 借手の絶対危険回避度が減少関数であるとき、借手はその保有資産が増加すれば、より危険性の高い危険プロジェクトに投資をする。

借手は担保を提供して銀行からの融資を受ける。そこで初期保有資産  $W_0$  は必ず  $W_0 > C$  が成立しなければならない。つまり借手が銀行から借入れをする時、 $W_0$  の臨界水準  $\hat{W}_0$  が存在する。借手は初期保有資産が  $\hat{W}_0$  以上なければ借入れを決意しない。いいかえると、一定水準以上の効用が期待されて初めて投資がなされる。

いま  $W_0 = \hat{W}_0$  の時の期待効用  $E\{U(\hat{W})\}$  を一定値とすると、

$$\frac{dW_0}{dC} = - \frac{\partial E / \partial C}{\partial E / \partial W_0} > 0 \quad (\text{III-23式})$$

$$\therefore \partial E / \partial C = -q U_2' \{1-f(R)\} < 0, \quad \partial E / \partial W_0 = q \{U_1' f(R) + U_2' (1-f(R))\} > 0,$$

が分かる。担保率の引上げは、借入れを決意するのに必要な初期資産の臨界値  $\hat{W}_0$  の上昇を伴う。このことは定理3 ( $dR/dW_0 > 0$ ) から、危険性の高いプロジェクトに投資する借手の数を増やし、危険性の低い借手を貸出市場から締め出すことを意味する。ここに、担保率の引上げが借手グループの危険性を高め、銀行の期待利潤を低下させるという逆選択効果が確認されるのである。そしてそれが担保率引上げによる直接効果を上回るとき、信用割当の可能性が生じるのである。

#### IV. 結びにかえて

貸出市場において利子率や担保率が高い水準にあるとき、それでもなお融資を望むような借手を銀行は危険な顧客とみなす。これはきわめて一般的な見解である。個々の借手に関する情報は不完全で非対称的なので、そのギャップを埋めるためのシグナルとして利子率や担保率は使われる。その意味でここで検討した Stiglitz & Weiss 型のモデルはきわめて relevant なものといえよう。

もちろん、それは現実の銀行行動の全てを斉合的に説明するものではない。ある特定のタイプの借手の行動を前提に、信用割当が存在する可能性を例解したにとどまるものである。また、銀行の行動も必ずしもここでみたような短期的期待利潤の極大化だけで説明しうるものではない。貸出市場における

シェアの拡大，良好な顧客関係の維持，あるいは安全第一原理の優先など長期的な期待利潤の極大化を図ろうとする銀行も少なくないと思われる。

特に最近では，金融市場において顧客関係にある借手との<sup>あいたい</sup>相対取引の分析に多くの関心が寄せられている。相対交渉のメカニズムの解明に対してゲームの理論を適用したり，交渉結果の特徴を暗黙契約の理論で説明する試みがなされている。<sup>(16)</sup>

しかし，すでに紙幅の制約を大幅にこえてしまった。そうした問題についての検討は別の機会に譲ることにしよう。

#### 注

(1) これらの先駆的業績についての紹介は古川 [3] に詳しい。

(2) 累積分布関数  $F_i(R) = \int_{k_i}^R f_i(R) dR$  として II-1 式を変形すると。

$$\begin{aligned} \rho i &= Li(1+r_i) \{F_i(k_i) - F_i(Li(1+r_i) - C_i)\} + [(R+C_i)F_i(R)]_{k_i}^{Li(1+r_i) - C_i} \\ &\quad - \int_{k_i}^{Li(1+r_i) - C_i} F_i(R) dR - Li(1+j) = (r_i - j)Li - \int_{k_i}^{Li(1+r_i) - C_i} F_i(R) dR \\ \therefore F_i(k_i) &= 1, F_i(Li) = 0 \end{aligned}$$

(3) 最適供給関数において  $r_i \geq j$  の条件は II-3 式から得られる。変形すると

$$F_i(Li(1+r_i) - C_i) = \frac{r_i - j}{1+r_i} \geq 0$$

となるからである。

(4) この証明は Jaffee & Modigliani [8] p 854 参照。

(5) 古川顕編，『日本の金融市場と政策』第 1 章（筒井義郎）p.23 より引用。

(6) Jaffee & Modigliani [8] は，こうしたケースが存在する可能性として，借手 1 の貸出資金需要が借手 2 のそれを大きく上回るとき，または借手 1 の需要曲線が  $\gamma_1^*$  をこえたところで非弾力的となる場合，さらに借手 2 の需要曲線が十分弾力的な場合を想定している。

(7) この点に関しては池尾 [6]，Wilson [16] に詳しい。

(8) もっとも，あるプロジェクトに関して，貸手が専門家であり，借手が素人である場合にはこの関係は逆転し得る。ただ，その場合も借手の返済意思に関しては，専門家といえども貸手の及ぶところではない。

(9) 池尾 [6]，[7] を参照。

(10) これは平均保存的拡散の規準と呼ばれる。このとき  $f(R, \theta_j)$  は  $f(R, \theta_1)$  の期待値を保存したままで，分布の比重を中央部分から周辺部分へと拡散させたものに等しい。

(11) 数学的には次のようにして証明される。プロジェクト  $\hat{\theta}$  のとき， $R \geq (1+r)B-C$

であるから、借手の期待利潤は

$$\Pi(r, \hat{\theta}) \equiv \int_{0^{\pi}}^{\infty} \pi(R, r) \cdot f(R, \hat{\theta}) dR = \int_{B(1+r)-C}^{\infty} \{R - B(1+r)\} f(R, \hat{\theta}) dR$$

となる。 $r$ で微分すると、（ただし $B$ は一定額）

$$\begin{aligned} \partial \Pi / \partial r &= -B \{B(1+r) - C\} f(B(1+r) - C) - B \int_{B(1+r)-C}^{\infty} f(R) dR + B^2(1+r) f(B(1+r) - C) \\ &= -B \int_{B(1+r)-C}^{\infty} f(R) dR < 0 \quad \because f(B(1+r) - C) = 0 \quad \text{また,} \quad \int_{B(1+r)-C}^{\infty} f(R) dR > 0 \end{aligned}$$

を得る。ゆえに、 $\partial \hat{\theta} / \partial r > 0$

(12) ここでは単純化のために、預金利率や機会費用などのコストは考慮しない。

(13) これについては Arrow (1974) を参照。

(14)  $W_1 > W_2$  より  $U_1 > U_2$  である。またⅢ-11, 12式から、Ⅲ-18式の右辺の各項は全て負になる。

$$\begin{aligned} (15) \quad U''f(R) + (U_1 - U_2)f'(R) &= \left\{ \frac{U_1'f(R) + (U_1' - U_2')f(R)}{U_1f(R)} \right\} U_1'f(R) \\ &= \left\{ -A_1 - \frac{U_1 - U_2}{U_1 - U_2} \right\} U_1f(R) \\ &\because \text{Ⅲ-17式より } U_1'f(R) = -(U_1 - U_2)f'(R) \end{aligned}$$

(16) これらについては Fried & Howitt [2], 脇田 [15], 池尾 [5], [7] 等にみられる。

## 参考文献

- [1] Arrow, J.K., Essays in the Theory of Risk Taking, North Holland 1974
- [2] Fried, J.F. and P. Howitt, "Credit Rationing and Implicit Contract Theory," Journal of Money, Credit, and Banking, Aug. 1980.
- [3] 古川顕, 「信用割当と銀行行動」, 経済論叢 (京都大学) 115, 2月, 1975
- [4] Hodgeman, D.R., "Credit Risk and Credit Rationing," Quarterly Journal of Economics, May 1960.
- [5] 池尾和人, 「暗黙の契約と銀行貸出市場」 岡山大学経済学会雑誌 12 (4), 1981
- [6] \_\_\_\_\_, 「貸出市場における逆選択と信用割当」 \_\_\_\_\_ 13 (4), 1982
- [7] \_\_\_\_\_, 「情報の不完全性と金融仲介機関の役割」 『季刊現代経済』 49, 1982
- [8] Jaffee, D.M. and F. Modigliani, "A Theory and Test of Credit Rationing," American Economic Review, Dec. 1969.
- [9] Jaffee, D.M. and T. Russell, "Imperfect Information and Credit Rationing," Quarterly Journal of Economics, Nov. 1976.
- [10] Kane, E.J. and B.G. Malkiel, "Bank Portfolio Allocation, Deposit Variability, and the Availability Doctrine," Quarterly Journal of Economics, Feb. 1965
- [11] Roosa, R.V., "Interest Rates and the Central Bank," 邦訳「利子率と中央銀行」 水野・山下監訳, 『現代の金融理論Ⅱ』, 勁草書房 1966.

- [12] Rothschild, M. and Stiglitz, J.E, "Increasing Risk: I A Definition," Journal of Economic Theory, Sep. 1970
- [13] Scott, I O.Jr., "The Availability Doctrine: Theoretical Underpinnings," Review of Economic Studies, Oct. 1957.
- [14] Stiglitz, J.E. and A.Weiss, "Credit Rationing in Markets with Imperfect Information," American Economic Review, Jun. 1981.
- [15] 脇田安大, 「わが国貸出市場のメカニズムの解明」『季刊現代経済』45, 1981.
- [16] Wilson, C. "The Nature of Equilibrium in Markets with Adverse Selection," Bell Journal of Economics, 11, Spr. 1980.